



7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (ة) أو المسلك:

يسمى باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

### التمرين الأول (3 ن)

- نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة  $A(2, 2, -1)$  والمستوى  $(P)$  الذي معادلته هي  $2x + y + 2z - 13 = 0$  و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1, 0, 1)$  وشعاعها 3 .
- 1) 0.75 أ- بين أن  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$  هي معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  وتحقق من أن  $A$  تنتمي إلى  $(S)$  .  
ب- احسب مسافة النقطة  $\Omega$  عن المستوى  $(P)$  ثم استنتج أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$  .  
2) 0.75 ليكن  $(D)$  المستقيم المار من النقطة  $A$  والعمودي على المستوى  $(P)$  .  
أ- بين أن  $\vec{u}(2, 1, 2)$  متجهة موجهة للمستقيم  $(D)$  و أن  $(6, -6, -3)$  هو مثلوث إحداثيات المتجهة  $\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}$  .  
ب- احسب  $\frac{\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$  ثم استنتج أن المستقيم  $(D)$  مماس للفلكة  $(S)$  في  $A$  . 0.75

### التمرين الثاني (3 ن)

- 1) 1 حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة :  $z^2 - 6z + 25 = 0$
- 2) 0.5 نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي إحداثياتها على التوالي هي :  $a = 3 + 4i$  و  $b = 3 - 4i$  و  $c = 2 + 3i$  و  $d = 5 + 6i$  .  
أ- احسب  $\frac{d-c}{a-c}$  ثم استنتج أن النقط  $A$  و  $C$  و  $D$  مستقيمية .  
ب- بين أن العدد  $p = 3 + 8i$  هو لحق النقطة  $P$  صورة النقطة  $A$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $B$  ونسبته  $\frac{3}{2}$  .  
ج- اكتب على الشكل المثلي العدد العقدي  $\frac{d-p}{a-p}$  ثم استنتج أن  $\frac{\pi}{4}$  قياس للزاوية  $(\vec{PA}, \vec{PD})$  .  
وأن  $PA = \sqrt{2} PD$  .

### التمرين الثالث (3 ن)

- يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين . ( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس )  
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .  
ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين .  
1) 0.5 حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  .  
2) 1.5 بين أن :  $P(X=0) = \frac{1}{36}$  و  $P(X=1) = \frac{7}{18}$  .  
3) 1 أعط قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  .

### التمرين الرابع (3 ن)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \frac{1+4u_n}{7-2u_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

(1) تحقق من أن  $1-u_{n+1} = \frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم بين بالترجع أن  $1-u_n > 0$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

(2) نضع:  $v_n = \frac{2u_n-1}{u_n-1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{5}{6}$  ثم اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ب- بين أن:  $u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  واستنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

### التمرين الخامس (2 ن)

(1) حدد الدوال الأصلية للدالة  $x \mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$  على  $\mathbb{R}$  وتحقق من أن:  $\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009} dx = \frac{1}{2010}$ .

(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن:  $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)dx = 6\ln 3 - 2$ .

### التمرين السادس (6 ن)

لتكن  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:  $f(x) = x \left( \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \right)$ .

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ- تحقق من أن:  $f(x) = x \left( \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \right)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

ب- بين أن الدالة  $f$  زوجية وأن  $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ .

ج- بين أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  وأن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$  ثم استنتج أن المستقيم  $(D)$  الذي

معادلته  $y = x$  مقارب للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$ .

(2) بين أن المنحنى  $(C)$  يوجد تحت المستقيم  $(D)$  على المجال  $[0, +\infty[$ .

(3) أ- بين أن:  $f'(x) = \frac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  وتحقق من أن:  $f'(0) = 0$ .

ب- بين أن:  $e^{4x}-1 \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$  ثم استنتج أن  $e^{4x}-1+4xe^{2x} \geq 0$  لكل  $x$  من  $[0, +\infty[$ .

ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $[0, +\infty[$ .

(4) أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب).